模糊联想记忆网络的增强学习算法

舒桂清 肖 平
(广东省科技干部学院计算机与电子工程系，广州 510640) (华南理工大学电子与通信工程系，广州 510641)

摘 要 针对Kosko提出的最大最小模糊联想记忆网络存在的问题，通过对这种网络连接权学习规则的改进，给出了另一种权重学习规则，即把Kosko的前馈模糊联想记忆模型发展成为模糊双向联想记忆模型，并由此给出了模糊快速增强学习算法，该算法能存储任意给定的多值训练模式对集。其中对于存储二值模式对集，由于其连接权值取值0或1，因而该算法易于硬件电路和光学实现。实验结果表明，模糊快速增强学习算法是行之有效的。

关键词 模糊联想记忆 增强学习算法 连接权矩阵

中图法分类号：TP183 **文献标识码**：A **文章编号**：1006-8961(2003)01-0084-07

An Augmentation Learning Algorithm of Fuzzy Associative Memory

SHU Gui-qing
(*Dept. of Computer and Electronic Engi. Guangdong Prov. Institute for Tech. Personnel, Guangzhou* 510640)
XIAO Ping
(*Dept. of Electronic and Comm. Engi., South China Univ. of Tech., Guangzhou* 510641)

Abstract This paper gives a new learning rule about the formation of weights for two-layer max-min feedforward fuzzy associative memory (FAM) network proposed by Kosko[1,7]. Based on the new rule, The feedforward FAM model is developed into a fuzzy bidirectional associative memory (BAM) model, and a fuzzy quick augmentation algorithm is also proposed, Its stability and tolerance for the BAM model are also analyzed. From the analysis, an interesting result which can store an arbitrary given multi-value patterns is obtained. When used to store binary values, The weights for BAM model take binary too, 0 or 1. So it is suitable for the VLSI and optical implementation. In order to make a comparision, binary based sample patterns have adoped. A larger number of simulation results show the advantages of a less number of weighted value, or the simple implementation, by comparing with the existing learning algorithm, such as binary based Hoperfield dummy augmentation and MBDS augmentation algorithms. On the other hand, the fuzzy quick augmentation algirithm has the merit of the simpler computation and faster convergence.

Keywords Fuzzy associative memory, Augmentation learning algorithm, Connection weights

0 引 言

Kosko在文献[1]、[2]中提出的二层最大最小模糊联想记忆网络是一种前馈神经网络模型，其目的是将其用于记忆多值模糊模式对。它是最早，且十分重要的模糊理论与神经网络相结合的模型之一。正如文献[3]、[4]所指出的那样，这种神经网络是采用模糊Hebb学习规则，它虽呈现出子集回想特性，但它仍不能保证可靠地存储多个模糊模式对。

1 最大最小模糊双向联想记忆模型及其相关分析

Kosko在文献[1]、[2]中给出的最大最小模糊联想记忆模型为

$$A_k \circ W = B_k, k = 1,2,\cdots,p$$

用逐点表示为

$$\bigvee_{i=1}^{n}(a_{k,i} \wedge w_{i,j}) = b_{k,j}, j=1,2,\cdots,m; k=1,2,\cdots,p \qquad (1)$$

收稿日期：2001-12-25；**改回日期**：2002-06-10

式中,$A_k=(a_{k,1},a_{k,2},\cdots,a_{k,n})$,$B_k=(b_{k,1},b_{k,2},\cdots,b_{k,m})$分别为A域和B域模糊模式向量,$W=(w_{i,j})_{m\times n}$为神经网络的连接权矩阵,符号"$\circ$"表示两个矩阵的运算法则,$n$和$m$分别为A域和B域神经元个数,$p$为训练模式对数. $\vee$和$\wedge$表示最大和最小运算. Kosko采用模糊Hebb规则来确定联想记忆模型(式(1))的连接权,即

$$w_{i,j}=\bigvee_{k=1}^{p}(a_{k,i}\wedge b_{k,j}),i=1,2,\cdots,n;j=1,2,\cdots,m \quad (2)$$

文献[3]、[4]分别从不同的角度分析了式(2)的缺点. 本文给出了一种新的连接权重学习算法.

1.1 新的连接权学习规则及模糊双向联想记忆模型

设$W_k=(w^k_{i,j})_{m\times n}$和$W=(w_{i,j})_{m\times n}$分别是第$k$个模式对和整个联想记忆模型(式(1))的关联(连接权)矩阵,连接权重学习规则定义为:

(1) 学习规则1

$$w^{(k)}_{i,j}=a_{k,i}\theta b_{k,j}=\begin{cases}1, & \text{if}\quad a_{k,i}=b_{k,j}\\ a_{k,i}\wedge b_{k,j} & \text{if}\quad a_{k,i}\neq b_{k,j}\end{cases} \quad (3)$$

其中,θ为自定义算子

(2) 学习规则2

$$w_{i,j}=\bigwedge_{k=1}^{p}(w^{(k)}_{i,j})=\bigwedge_{k=1}^{p}(a_{k,i}\theta b_{k,j}) \quad (4)$$

若模型(式(1))的连接权矩阵W的元素由式(4)确定,则前馈模糊联想记忆模型式(1)可以发展成为一种最简单的模糊双向联想记忆模型,即

$$\begin{cases}A_k\circ W=B_k\\ B_k\circ W^T=A_k\end{cases} \quad k=1,2,\cdots,p$$

逐点表示就为

$$\begin{cases}\bigvee_{i=1}^{n}(a_{k,i}\wedge w_{i,j})=b'_{k,j},j=1,2,\cdots,m;k=1,2,\cdots,p\\ \bigvee_{j=1}^{m}(b_{k,j}\wedge w_{i,j})=a'_{k,i},i=1,2,\cdots,n;k=1,2,\cdots,p\end{cases} \quad (5)$$

式中,W^T是W的转置矩阵,$A'_k=(a'_{k,1},a'_{k,2},\cdots,a'_{k,n})$和$B'_k=(b'_{k,1},b'_{k,2},\cdots,b'_{k,m})$分别是神经元$A_k$和$B_k$的下一个状态向量. 很显然,由式(5)可知,一个模糊模式向量(A_k,B_k)是双向联想记忆模型(式(5))的一个稳定吸引子,当且仅当$\bigvee_{i=1}^{n}(a_{k,i}\wedge w_{i,j})=b_{k,j}$和$\bigvee_{j=1}^{m}(b_{k,j}\wedge w_{i,j})=a_{k,i},k\in\{1,2,\cdots,p\}$同时成立.

1.2 模糊双向联想记忆模型的稳定性条件及容错性分析

定理1 设$(A_k,B_k)(k=1,2,\cdots,p)$是$p$个向量模式对,式中,$A_k=(a_{k,1},a_{k,2},\cdots,a_{k,n})\in[0,1]^n$,$B_k=(b_{k,1},b_{k,2},\cdots,b_{k,m})\in[0,1]^m$,则对任意给定的$k\in\{1,2,\cdots,p\}$,模式向量$B_k$由模式向量$A_k$一次联想出来的充要条件是对任意的$j\in\{1,2,\cdots,m\}$,都至少存在一个$i\in\{1,2,\cdots,n\}$,使得

$$b_{k,j}\le a_{k,i}\wedge w_{i,j} \quad (6)$$

其中,$w_{i,j}$是由学习规则2(式(4))决定的.

证明

(1) 必要性: 设$A_k\circ W=B_k$,即$\bigvee_{i=1}^{n}(a_{k,i}\wedge w_{i,j})=b_{k,j})(j=1,2,\cdots,m)$. 如果存在一个$j\in\{1,2,\cdots,m\}$,使得对所有的$i\in\{1,2,\cdots,n\}$都有$b_{k,j}>a_{k,i}\wedge w_{i,j}$,那么$b_{k,j}>\bigvee_{i=1}^{n}(a_{k,i}\wedge w_{i,j})=b_{k,j}$. 与定理结论矛盾.

(2) 充分性: 假定对任给的$j\in\{1,2,\cdots,m\}$,都至少存在一个$i\in\{1,2,\cdots,n\}$,使得$b_{k,j}\le a_{k,i}\wedge w_{i,j}$. 则可得$b_{k,j}\le a_{k,i}$和$b_{k,j}\le w_{i,j}$. 下面分两种情况讨论之.

① 若$b_{k,j}<a_{k,i}$和$b_{k,j}\le w_{i,j}$,则由学习规则1(式(3)),得$b_{k,j}\le w_{i,j}=\bigwedge_{k=1}^{p}(a_{k,i}\theta b_{k,j})\le a_{k,i}\theta b_{k,j}=b_{k,j}$. 因$w_{i,j}=b_{k,j}$,于是

$$\bigvee_{i=1}^{n}(a_{k,i}\wedge w_{i,j})=\bigvee_{i=1}^{n}(a_{k,i}\wedge b_{k,i})=\bigvee_{i=1}^{n}(b_{k,j}\wedge 1)=b_{k,j}$$

② 若$b_{k,j}=a_{k,i}$和$b_{k,j}\le w_{i,j}$,则

$$\bigvee_{i=1}^{n}(a_{k,i}\wedge w_{i,j})\ge a_{k,i}\wedge w_{i,j}\ge a_{k,i}\wedge b_{k,j}=b_{k,j}$$

又由于

$$\bigvee_{i=1}^{n}(a_{k,i}\wedge w_{i,j})\le\bigvee_{i=1}^{n}(a_{k,i}\wedge 1)\le(b_{k,j}\wedge 1)=b_{k,j}$$

因此

$$\bigvee_{i=1}^{n}(a_{k,i}\wedge w_{i,j})=b_{k,j}$$

综合①和②两种情况,可得

$$\bigvee_{i=1}^{n}(a_{k,i}\wedge w_{i,j})=b_{k,j}$$

定理2 设(A_k,B_k)是p个训练模式对,则对于每个$k\in\{1,2,\cdots,p\}$,模式对(A_k,B_k)在一次循环迭代后,成为双向联想记忆模型(式(5))的一个稳定态的充要条件是下列条件(1)和(2)同时满足.

(1)对于任意给定的一个$j\in\{1,2,\cdots,m\}$,至少存在一个$i\in\{1,2,\cdots,n\}$,使得$b_{k,j}\le a_{k,i}\wedge w_{i,j}$;

(2)对于任意给定的一个$i\in\{1,2,\cdots,n\}$,至少存在一个$j\in\{1,2,\cdots,m\}$,使得

$$a_{k,i}\le b_{k,j}\wedge w_{i,j} \quad (7)$$

定理 2 的证明方法与定理 1 类似，从略。

命题 1 设$(\boldsymbol{A}_k,\boldsymbol{B}_k)$是第 k 个训练模式对，则下列命题成立.

(1) 如果 $\boldsymbol{A}_k \circ \boldsymbol{W}=\boldsymbol{B}_k$，那么 $H(\boldsymbol{A}_k)\geq H(\boldsymbol{B}_k)$；

(2) 如果 $\boldsymbol{B}_k \circ \boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{A}_k$，那么 $H(\boldsymbol{B}_k)\geq H(\boldsymbol{A}_k)$；

(3) 如果 $\boldsymbol{A}_k \circ \boldsymbol{W}=\boldsymbol{B}_k$，且 $\boldsymbol{B}_k \circ \boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{A}_k$，那么 $H(\boldsymbol{A}_k)=H(\boldsymbol{B}_k)$.

其中，$H(\boldsymbol{A}_k)=\max(a_{k_1},a_{k_2},\cdots,a_{k_n})$，$H(\boldsymbol{B}_k)=\max(b_{k_1},b_{k_2},\cdots,b_{k_m})$，$i\in\{1,2,\cdots,n\}$，$j\in\{1,2,\cdots,m\}$.

证明 命题 1 的结论由定理 1 和定理 2 易得。

命题 2 设某模式对$(\boldsymbol{A}_k,\boldsymbol{B}_k)$，$k\in\{1,2,\cdots,p\}$是双向联想记忆模型(式(5))的一个稳定吸引子，$\boldsymbol{A}=(a_1,a_2,\cdots,a_n)$是模式向量 $\boldsymbol{A}_k$ 的一个畸变模式. 如果对于任意一个 $j\in\{1,2,\cdots,m\}$，存在一个 $i\in\{1,2,\cdots,n\}$，使得 $b_{k,j}=a_i\wedge w_{i,j}$，且 $a_l\leq a_{k,l}(l\neq i)$，则模式向量 $\boldsymbol{B}_k$ 可以由畸变模式向量 $\boldsymbol{A}$ 迭代一次联想出来.

证明：首先证明模式向量 $\boldsymbol{B}_k$ 的第 j 个分量 $b_{k,j}$ 可以由向量 $\boldsymbol{A}$ 迭代一次联想出来. 由于 $\bigvee_{i=1}^{n}(a_{k,i}\wedge w_{i,j})=b_{k,j}$，且 $a_l\leq a_{k,l}\ (l\neq i)$，即有 $a_l\wedge w_{l,j}\leq a_{k,l}\wedge w_{l,j}\ (l\neq i)$，因此 $\bigvee_{\substack{l=1\\l\neq i}}^{n}(a_l\wedge w_{l,j})\leq\bigvee_{\substack{l=1\\l\neq i}}^{n}(a_{k,l}\wedge w_{l,j})\leq b_{k,j}$，而由假设 $b_{k,j}=a_i\wedge w_{i,j}$，可得

$$b_{k,j}=a_i\wedge w_{i,j}\leq\bigvee_{i=1}^{n}(a_i\wedge w_{i,j})\leq\bigvee_{\substack{l=1\\l\neq i}}^{n}(a_l\wedge w_{l,j})\vee(a_i\wedge w_{i,j})\leq\bigvee_{\substack{l=1\\l\neq i}}^{n}(a_{k,l}\vee w_{l,j})\vee b_{k,j}\leq\bigvee_{i=1}^{n}(a_{k,i}\wedge w_{i,j})\vee b_{k,j}=b_{k,j}\quad(8)$$

所以 $\bigvee_{i=1}^{n}(a_i\wedge w_{i,j})=b_{k,j}$. 由于 j 的任意性，故结论成立.

从命题 1 和命题 2 可以看出，只要保留某个记忆模式向量的一些主要信息，即使丢失了其他部分信息，采用学习规则 2(式(4))所确定的双向联想记忆网络仍可以完整地回想起其相应的模式向量. 这正体现了 max 和 min 合成的模糊神经元，其突出的是主因素作用.

定理 3 设$(\boldsymbol{A}_k,\boldsymbol{B}_k)(k=1,2,\cdots,p)$是 p 个模糊向量对，其中 $\boldsymbol{A}_k=(a_{k,1},a_{k,2},\cdots,a_{k,n})$，$\boldsymbol{B}_k=(b_{k,1},b_{k,2},\cdots,b_{k,m})$. 若记 $\boldsymbol{R}=\boldsymbol{W}\circ\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}$，则 $\boldsymbol{R}\circ\boldsymbol{R}=\boldsymbol{R}$. 这里权重矩阵 W 由学习规则 2(式(4))决定.

证明 设 $\boldsymbol{W}=(w_{i,j})_{m\times n}$，$\boldsymbol{R}=(r_{i,j})_{n\times n}$，$\boldsymbol{R}\circ\boldsymbol{R}=(t_{i,j})_{n\times n}$. 由学习规则 2(式(4))，$w_{i,j}\bigwedge_{k=1}^{p}(w_{i,j}^{k})=\bigwedge_{k=1}^{p}(a_{k,i}\theta b_{k,j})$. 通过适当的计算，可得 $r_{i,j}=\bigwedge_{k=1}^{p}\bigvee_{l=1}^{m}[(a_{k,i}\theta b_{k,l})\wedge(a_{k,j}\theta b_{k,l})]$. 注意到 $(a_{k,i}\theta b_{k,l})\wedge(a_{k,i}\theta b_{k,l})\leq(a_{k,i}\wedge b_{k,j})\theta b_{k,l}$，则 $t_{i,j}=\bigvee_{s=1}^{n}(r_{i,s}\wedge r_{s,j})\leq r_{i,i}\wedge r_{i,j}$. 而由于

$$r_{i,i}=\bigwedge_{k=1}^{p}\bigvee_{l=1}^{m}(a_{k,i}\theta b_{k,j})\geq\bigwedge_{k=1}^{p}\bigvee_{l=1}^{m}[(a_{k,i}\theta b_{k,l})\wedge(a_{k,j}\theta b_{k,l})]=r_{i,j}$$

因此 $t_{i,j}\geq r_{i,j}$. 又因

$$t_{i,j}=\bigvee_{s=1}^{n}(r_{i,s}\wedge r_{s,j})=\bigvee_{s=1}^{n}\{[\bigwedge_{k=1}^{p}\bigvee_{l=1}^{m}((a_{k,i}\theta b_{k,l})\wedge(a_{k,s}\theta b_{k,l}))]\wedge[\bigwedge_{k=1}^{p}\bigvee_{l=1}^{m}((a_{k,s}\theta b_{k,l})\wedge(a_{k,j}\theta b_{k,l}))]\}$$

$$=\bigwedge_{k=1}^{p}\bigvee_{l=1}^{m}\bigvee_{s=1}^{n}[(a_{k,i}\theta b_{k,l})\wedge(a_{k,s}\theta b_{k,l})\wedge(a_{k,s}\theta b_{k,l})\wedge(a_{k,j}\theta b_{k,l})]\leq\bigwedge_{k=1}^{p}\bigvee_{l=1}^{m}\bigvee_{s=1}^{n}\{[(a_{k,i}\wedge a_{k,s})\theta b_{k,l}]\wedge[(a_{k,s}\wedge a_{k,j})\theta b_{k,l}]\}$$

$$\leq\bigwedge_{k=1}^{p}\bigvee_{l=1}^{m}\bigvee_{s=1}^{n}[(a_{k,i}\theta b_{k,l})\wedge(a_{k,j}\theta b_{k,l})]=\bigwedge_{k=1}^{p}\bigvee_{l=1}^{m}[(a_{k,i}\theta b_{k,l})\wedge(a_{k,j}\theta b_{l,l})]=r_{i,j}$$

所以 $t_{i,j}=r_{i,j}$. 从而 $\boldsymbol{R}\circ\boldsymbol{R}=\boldsymbol{R}$.

定理 3 表明，输入任意一个初始状态模式向量，经过一次循环迭代后，都将收敛到双向联想记忆网络的另一个稳定状态。这是因为任一模式在网络中的迭代过程都可描述为

$$\boldsymbol{A}\to\boldsymbol{W}\to\boldsymbol{B}'\to\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}\to\boldsymbol{A}'\to\boldsymbol{W}\to\boldsymbol{B}''\to\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}\to\boldsymbol{A}''\to\cdots\to\boldsymbol{B}_f\to\cdots$$

而由定理 3 可知

$$\boldsymbol{A}\circ(\boldsymbol{W}\circ\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}})=\boldsymbol{A}\circ\boldsymbol{R}=\boldsymbol{A}\circ\boldsymbol{R}^2=\cdots=\boldsymbol{A}\circ\boldsymbol{R}^n=\boldsymbol{A}_f$$

因此 $\boldsymbol{A}\circ\boldsymbol{R}\circ\boldsymbol{W}=\boldsymbol{A}_f\circ\boldsymbol{W}=\boldsymbol{B}_f$.

2 模糊快速增强学习算法

下面举例说明，模糊联想记忆模型(式(1))有可能无法存储给定的训练模式对集，但这与任何不增加网络神经元的学习算法无关.

例如，设 $\boldsymbol{A}_1=(0,1)$，$\boldsymbol{B}_1=(1,0.4,0.5)$，$\boldsymbol{A}_2=(1,0)$，$\boldsymbol{B}_2=(1,0,0)$，$\boldsymbol{A}_3=(0.6,0.5)$，$\boldsymbol{B}_3=(0,0.4,0.5)$，则$(\boldsymbol{A}_k,\boldsymbol{B}_k)(k=1,2,3)$，不可能都

成为系统模型(式(1))的稳定吸引子. 而用反证法，则可证明系统模型(式(1))在 $i=1$ 情形下成立，并可得

$$\begin{cases}(0\wedge w_1)\vee(1\wedge w_2)=1\\(1\wedge w_1)\vee(0\wedge w_2)=1\\(0.6\wedge w_1)\vee(0.5\wedge w_2)=0\end{cases}$$

显然，由该第 1 和第 2 个等式可知，$w_1=w_2=1$，但由第 3 个等式却得到 $w_1=w_2=0$，相互矛盾，因此，要保证网络能够存储任意给定的训练模式对集，就只有发展增加网络神经元的学习算法. 下面给出模糊快速增强学习算法.

设 $(\boldsymbol{A}_k,\boldsymbol{B}_k)(k=1,2,\cdots,p)$ 是 p 个模式对集，其中，$\boldsymbol{A}_k=(a_{k,1},a_{k,2},\cdots,a_{k,n})\in[0,1]^n$，$\boldsymbol{B}_k=(b_{k,1},b_{k,2},\cdots,b_{k,m})\in[0,1]^m$. 由定理 1 可知，如果存在一个 $k\in\{1,2,\cdots,p\}$，使得模式向量 $\boldsymbol{B}_k$ 不能由模式向量 $\boldsymbol{A}_k$ 通过联想过程 $\boldsymbol{A}\to\boldsymbol{B}$ 回想出来，那么一定存在一个 $j\in\{1,2,\cdots,m\}$，使得对所有的 $i\in\{1,2,\cdots,n\}$ 都有 $b_{k,j}>a_{k,i}\wedge w_{i,j}$. 这里 $w_{i,j}$ 由学习规则 2(式(4))确定.

记 $\boldsymbol{J}=\{j\mid b_{k,j}>a_{k,i}\wedge w_{i,j},j=1,2,\cdots,m\}$，$j_0=\min\{j\mid b_{k,j}>a_{k,i}\wedge w_{i,j}\}$.

现可以在 A-域增加一个神经元，并按照下述增强规则来选取 A-域模式向量 $\boldsymbol{A}_k$ 的 $(n+1)$ 个分量 $a_{k,n+1}(k=1,2,\cdots,p)$

增强规则 Ⅰ：$a_{k,n+1}=\bigvee_{j\in J}b_{k,j}=b_{k,j_0}$；

增强规则 Ⅱ：$a_{l,n+1}=b_{l,j_0}(l\neq k,k=1,2,\cdots,p)$.

网络的连接权 $w_{n+1,j}(j=1,2,\cdots,m)$ 仍由学习规则 2(式(4))确定.

定理 4　模糊快速增强算法有下列性质：

①$w_{n+1,j_0}=b_{k,j_0}\theta b_{k,j_0}$；

②$b_{k,j_0}\leq a_{k,n+1}\wedge w_{n+1,j_0}$；

③原来的关系不等式 $b_{k,j}\leq a_{k,i}\wedge w_{i,j}(j\neq j_0)$ 不变.

证明

①$w_{n+1,j_0}^{(k)}=a_{k,n+1}\theta b_{k,j_0}=(\bigvee_{j\in J}b_{k,j})\theta b_{k,j_0}=b_{k,j_0}\theta b_{k,j_0}$

$w_{n+1,j_0}^{(l)}=a_{l,n+1}\theta b_{l,j_0}=b_{l,j_0}\theta b_{l,j_0}=1\quad(l\neq k)$

$$w_{n+1,j_0}=\bigwedge_{k=1}^{p}(w_{n+1,j_0}^{(k)})=\bigwedge_{\substack{l=1\\l\neq k}}^{p}(w_{n+1,j_0}^{(l)})\wedge(w_{n+1,j_0}^{(k)})=b_{k,j_0}\theta b_{k,j_0}$$

②由于 $a_{k,n+1}=\bigvee_{j\in J}b_{k,j}\geq b_{k,j_0}$，$w_{n+1,j_0}\geq b_{k,j_0}$，所以 $b_{k,j_0}\leq a_{k,n+1}\wedge w_{n+1,j_0}$

③由学习规则 2(式(4))可知，结论成立.

为了简便起见，仍使用 $\boldsymbol{A}_k$ 和 $\boldsymbol{B}_k$ 来表示它们的增强模式. 由定理 4 可知，模糊增强学习算法对于已经记忆的模式没有影响. 对于新的增强模式对集，若仍有 $j\in\{1,2,\cdots,m\}$，则使得 $b_{k,j}>a_{k,i}\wedge w_{i,j}$，若按上述方法继续增加 A-域神经元，则在至多增加 m 个 A-域神经元后，所有新的增强模式对集都满足 $b_{k,j}\leq a_{k,i}\wedge w_{i,j}$，$j=1,2,\cdots,m$；$i=1,2,\cdots,n+y$，$0\leq y\leq m$. 由定理 2 可知，由 $\boldsymbol{A}\to\boldsymbol{B}$，所有新的增强 A-域模式 $\boldsymbol{A}_k$ 都能联想出 $\boldsymbol{B}_k$.

进而，假定对于所有的 $j\in\{1,2,\cdots,m\}$，$b_{k,j}\leq a_{k,i}\wedge w_{i,j}(i=1,2,\cdots,n+y,0\leq y\leq m)$. 其中，$y$ 是在 A-域增加的神经元个数. 再考虑 $\boldsymbol{B}\to\boldsymbol{A}$ 的联想过程：如果所有的向量 $\boldsymbol{B}_k(k=1,2,\cdots,p)$ 都能由 $\boldsymbol{B}\to\boldsymbol{A}$ 联想出新的增强 A 域模式 $\boldsymbol{A}_k$，则新的增强模式对都是双向联想记忆模型的稳定吸引子；否则，如果某个 $\boldsymbol{B}_k$ 不能由 $\boldsymbol{B}\to\boldsymbol{A}$ 联想出 $\boldsymbol{A}_k$，那么由定理 3 可知，一定存在一个 $i\in\{1,2,\cdots,n\}$，使得对于任意的 $j\in\{1,2,\cdots,m\}$，$a_{k,i}>b_{k,j}\wedge w_{i,j}$. 另外，可按完全类似的增强方法，在至多增加 n 个 B-域神经元后，也有类似定理 4 的结论，这时所有新的 B-域增强模式都满足 $a_{k,i}\leq b_{k,j}\wedge w_{i,j}$，$i\in\{1,2,\cdots,n+y\}$，$j\in\{1,2,\cdots,m+x\}(0\leq y\leq m,0\leq x\leq n)$. 其中，$x$ 是在 B-域增加的神经元个数. 再由定理 3 可知，所有新的增强训练对都是模糊双向联想记忆模型(式(5))的稳定吸引子.

模糊增强学习算法的目的是通过增加网络神经元及附加连接权来记忆所有给定的模式对集。综合上述讨论，模糊快速增强学习算法总结如下：

(1)由学习规则 2(式(4))来计算给定训练模式对的连接权，由式(6)和式(7)检验是否所有的 p 个训练模式对都是模糊双向联想记忆模型(式(5))的稳定吸引子：若是，则无需增加神经元，结束算法，否则，转第 2 步.

(2)A-域增强($\boldsymbol{A}\to\boldsymbol{B}$ 联想)　检查所有的 p 个训练模式 $\boldsymbol{A}_k(k=1,2,\cdots,p)$ 是否满足一次联想出来的充要条件(式(6))，若满足，则转第 3 步；否则，假定某个模式 $\boldsymbol{A}_k$ 不能由 $\boldsymbol{A}\to\boldsymbol{B}$ 联想出 $\boldsymbol{B}_k$，则按照增强规则 Ⅰ 和 Ⅱ，在 A-域增加新的神经元，且至多增加 m 个新神经元后，充要条件(式(6))必定满足. 由学习规则 2(式(4))计算网络连接权 $w_{i,j}$，$i=1,2,\cdots,n+y$，$j=1,2,\cdots,m$. $(0\leq y\leq m,0\leq x\leq n)$，其中，$y$ 是 A-域增加神经元的个数，再转第 3 步.

(3)B-域增强($B\to A$ 联想) 检查所有 p 个训练模式 $B_k(k=1,2,\cdots,p)$ 是否满足双向联想记忆模型的一个稳定态的充要条件(式(7)),若满足,则无需增加 B-域神经元,就结束算法;否则,假定某个模式向量 B_k 不能由 $B\to A$ 联想出 A_k.则采用类似上述规则 Ⅰ 和 Ⅱ 的增强规则,在 B-域增加新神经元,且至多增加 n 个新神经元后,双向联想记忆模型的一个稳定态的充要条件(式(7))也必定满足,再由学习规则 2(式(4))计算连接权 $w_{i,j}$,$i=1,2,\cdots,n+y$,$j=1,2,\cdots,m+x$.($0\le y\le m,0\le x\le n$),其中 x 是 B-域增加神经元的个数,结束算法.

很明显,训练模式经增强后,网络连接权矩阵 W 的大小是 $(n+y)\times(m+x)(0\le y\le m,0\le x\le n)$,如果 $x=0$ 和 $y=0$,则说明模型(式 2)已经存储了该 p 个给定的训练模式对.

在完成上述模糊增强算法后,可按下述方式对训练模式或畸变模式对进行联想.

①$A\to B$ 联想 设给定 n 维 A-域模式 A,若 A 是训练模式,则将它变成相应的增强训练模式;若 A 是畸变模式,则选择与模式 A 最近欧氏距离的 A-域训练模式 A_k(若有多个,任选一个),并将模式 A 变成增强模式,其增强神经元状态取成与 A_k 相同,再用模糊增强算法计算出连接权矩阵,若对增强的模式 A 进行 $A\to B$ 联想,则一定在一次迭代后,收敛到某个 B-域模式,取其前 m 个 B-域模式分量,作为给定的 n 维 A-域模式 A 的 $A\to B$ 联想结果。

②$B\to A$ 联想.设给定 m 维 B-域模式 B,若模式 B 是训练模式,则将它变成相应的增强训练模式;若模式 B 是畸变模式,则选择与 B 最近欧氏距离的 B-域训练模式 B_k(若有多个,任选一个),并将模式 B 变成增强模式,其增强训练神经元取成与 B_k 相同,再用模糊快速增强算法计算连接权矩阵,若对增强的模式 B 进行 $B\to A$ 联想,则一定在一次迭代后,收敛到某个 A-域模式,取其前 n 个 A-域模式分量,作为给定 B-域模式 B 的 $B\to A$ 联想结果。

现以本节给出的例子来说明模糊快速增强算法的运算过程.

首先,由学习规则 2(式(4))计算连接权 $w_{i,j}$ $(i=1,2;j=1,2,3)$,得到 $w_{2,2}=0.4,w_{2,3}=0.5$,其他 $w_{i,j}=0(i\ne 2,j\ne 2,3)$.当 $k=1$ 时,得到 $j_0=1$.则可由增强规则 Ⅰ 和 Ⅱ,选取 $a_{1,3}=\bigvee_{j\in J} b_{1,j}=b_{1,1}=1$,$a_{2,3}=1,a_{3,3}=0$;然后计算增强后网络连接权 $w_{i,j}$ $(i=1,2,3;j=1,2,3)$ 得到 $w_{2,2}=0.4,w_{2,3}=0.5$,$w_{3,1}=1$,其他 $w_{i,j}=0$,其可通过简单计算得到,这样所有 $B_k(k=1,2,3)$ 都能由 A_k 联想出来.

进而,考虑 $B\to A$ 联想,先检验充要条件(式(7)),当 $k=1$ 时,$i=2$.再由类似上述增强规则 Ⅰ 和 Ⅱ 的增强方法,得到 $b_{1,4}=1,b_{2,4}=0,b_{3,4}=0.5$;当 $k=2$ 时,$i=1$,选取增强神经元:$b_{1,5}=0,b_{2,5}=1,b_{3,5}=0.6$;再由学习规则 2(式(4))计算增强模式向量的连接权 $w_{i,j}$ $(i=1,2,3;j=1,2,3,4,5)$.这时若用 $B\to A$ 联想,则对于这 3 个模式向量都成功.其增强模式对集为:$A_1=(0,1,1)$,$B_1=(1,0.4,0.5,1,0)$,$A_2=(1,0,1)$,$B_2=(1,0,0,0,1)$,$A_3=(0.6,0.5,0)$,$B_3=(0,0.4,0.5,0.5,0.6)$.且增强模式对集 $(A_k,B_k)(k=1,2,3)$ 都是系统式(5)的稳定吸引子.连接权是 $w_{1,5}=1$,$w_{2,2}=0.4$,$w_{2,3}=0.5$,$w_{2,4}=1$,$w_{3,1}=1$,其他 $w_{i,j}=0$.

3 计算机实验结果

在第 2 节已给出了模糊快速增强算法记忆多值状态模式的例子,下面再给出一个用模糊快速增强算法来记忆二值训练模式的例子。为了便于比较,实验中的训练样本采用与文献[5,6]相同的样本,如图 1 所示($n=288,m=280,p=3$).

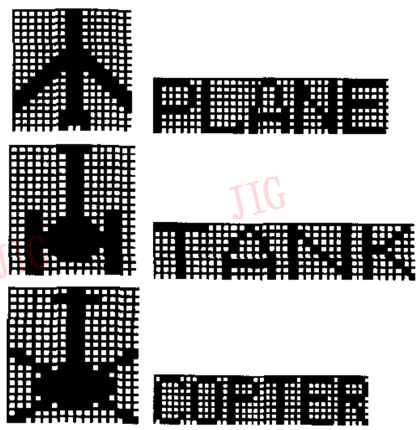


图 1 训练模式对

实验中发现,Kosko 的学习规则(式(2))不能记忆这 3 个样本,而模糊记忆模型(式(5))却能成功地进行双向联想,即 $A\to B$ 联想和 $B\to A$ 联想.文献[5]表明虚构算法需要在 A-域增加 32 个神经元,即需要 8 960(32×280)个附加连接权,MBDS 方法需要

568 个附加连接权[6],而本文的模糊增强算法则不需要增加任何附加连接权.

图 2 所示是网络接受一个新的训练模式"SHIP"后,形成的第 4 个训练模式,虚构增强算法需要在 A-域增加 96 个神经元[5],即需要 26 880(96×280)个附加连接权,而 MBDS 方法则需要1 136个附加连接权[6],而本文模糊增强算法仅需要在 A-域增加 32 个神经元(如图 3 所示),对于二值状态模式,由权重学习规则 2(式(4))可知,由于模糊联想记忆网络的连接权只取两个值,即 0 或 1. 因此网络实际需要在 A-域增加 513 个附加连接权.

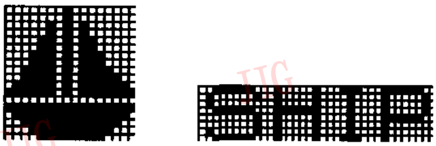


图 2　第 4 个训练模式"SHIP"

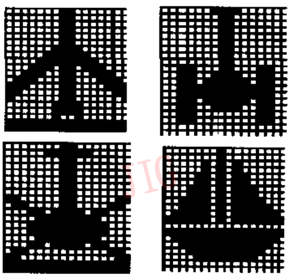


图 3　增强的 A 域训练模式

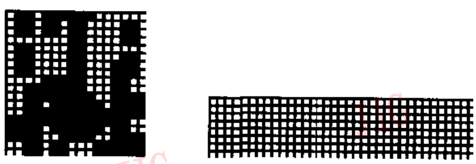
图 4 所示是网络接收到另一个新的训练模式"FACE"后所形成的第 5 个训练模式. 一般虚构增强算法[5]需要数目很大的附加连接权,MBDS 方法[6]也需要较多的附加连接权,而本文的模糊增强算法则仅需要在 A 域增加 980 个附加连接权. 表 1 给出了上述结果的比较,包括附加连接权及整个网络的全部连接权数目. 表 1 还同时给出了文献[7]的快速增强学习算法的相应结果. 很明显,由于虚构增强算法及 MBDS 方法是采用外积和学习规则[8]来确定网络连接权,因此,连接权数比快速增强算法[7]要多. 从表 1 中可看出,尽管文献[7]的快速增强算法需要的附加连接权数少于模糊增强算法,但实际上网络的全部连接权数要大于模糊增强算法的连接权数目.

图 4　第 5 个训练模式"FACE"

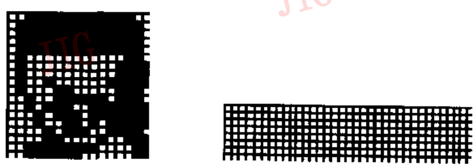
表 1　4 种方法所需附加连接权及网络全部连接权数目比较

算法	3(对)		4(对)		5(对)	
	附加	全部	附加	全部	附加	全部
虚构增强算法[5]	8 960	>23 192	26 880	>11 812	>26 880	>26 880
MBDS 方法[6]	568	>23 192	1 136	>11 812	>1 136	>5 732
快速增强算法[7]	0	23 192	0	11 812	14	5 732
模糊增强算法	0	15 688	513	8 332	980	4 989

图 5 所示的是模糊增强算法在存储上述 5 个训练模式后,对于丢失部分信息后的已记忆模式的联想结果.

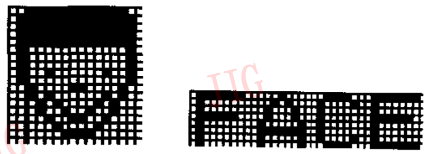


(a) "TANK"的畸变模式



(b) "FACE"的畸变模式

(c) "TANK"的联想结果



(d) "FACE"的联想结果

图 5　模糊增强算法对畸变模式的联想结果

4 结 论

本文算法不同于模糊Hebb规则中的蕴含运算和叠加运算，提出了一种新的权值学习规则，并把Kosko的前馈模糊联想记忆模型发展成为模糊双向联想记忆模型，同时给出了模糊双向联想记忆网络的容错性分析及稳定性条件，并提出了模糊快速增强学习算法.这种算法是通过增加网络神经元及附加连接权的策略来达到完全记忆训练模式对的目的.由于记忆的模式可以是多值模式对集，也可以是二值模式对集，而且不论其模式相关性强弱如何，当记忆二值训练模式对时，其连接权值仅取0或1，因而便于硬件电路实现.与仅能记忆二值模式的Hoperfield网络的虚构增强算法[5]、MBDS增强算法[6]相比，本文提出的模糊增强学习算法，又由于其不依赖于任何控制参数，因此可以节省大量的网络附加连接权.由于其最大最小合成神经元突出的是主因素作用，因此，模糊联想记忆网络的全部连接权数目比现有的算法都要少.这种模糊增强学习算法不仅计算简单，而且收敛速度快.实验结果也证实了算法的有效性.

参 考 文 献

1 Kosko B. Fuzzy associative memories[A]. In: Kandel A (ed.): Fuzzy Expert Systems Reading[C]. MA, USA: Addison Wesley, 1987.

2 Kosko B. Neural networks and fuzzy system: A dynamical systems approach to machine intelligence[M]. Englewood Cliff, NJ: Pretice Hall, 1992.

3 范俊波，靳蕃等. 模糊联想记忆的一种有效学习算法[J]. 电子学报，1996，24(1)：112～115.

4 李晓忠，汪培庄，罗承忠编著. 模糊神经网络[M]. 贵阳：贵州科技出版社，1994.

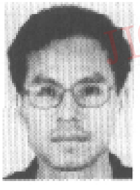
5 Wang Y F, Cruz J B Jr, Mulligan J H Jr. Two coding strategies for bidirectioal associative memory[J]. IEEE Trans. Neural Networks, 1990, 1(1): 81～92.

6 Wang W J, Lee D L. A modified bidirectional decoding strategy based on the BAM structure[J]. IEEE Trans. Neural Networks, 1993, 4(4): 710～717.

7 梁学斌，吴立德. 异联想记忆模型的快速增强算法[J]. 模糊识别与人工智能，1996，9(1)：37～44.

8 Kosko B. Bidirection alassociative memories[J]. IEEE Trans. syst. man. cybern., 1988, 18(1): 49～60.

舒桂清　1960年生，1983年获江西大学学士学位，副教授.主要研究方向为模糊神经网络、数字图象处理.



肖　平　1964年生，1998年获华南理工大学博士学位，副教授.研究领域涉及模糊神经网络、移动通信和互联网的研究.发表论文20余篇.